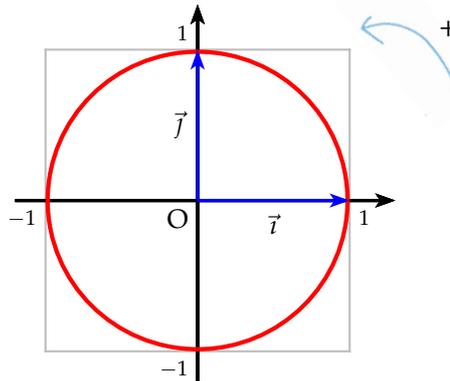


I. Angles dans un cercle

a) Cercle trigonométrique

Définition : On appelle cercle trigonométrique un cercle orienté de rayon 1.

Orienté signifie "sur lequel on a choisi un sens". En l'occurrence, le sens positif choisi, est le sens inverse des aiguilles d'une montre.



b) Le radian

Définition : C est le cercle de centre O et de rayon 1.

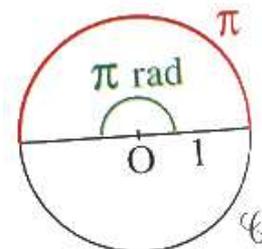
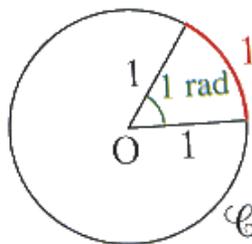
Le radian est la mesure de l'angle au centre qui intercepte sur C un arc de longueur 1.

La mesure en degré de 1 radian vaut donc :

$$1 \text{ rd} = \frac{180}{\pi} \simeq 57^\circ$$

Remarque : Le radian est une grande unité qui n'est pas intuitive contrairement au degré qui est notre unité première.

Avantage : Permet de connaître la longueur d'un arc. Unité du système international



Il est important de connaître les angles remarquables en radian :

Degré	30°	45°	60°	90°
Radian	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$

Exemple : Convertir en radian les angles en degré suivants :

$$15^\circ , 36^\circ , 75^\circ , 120^\circ , 135^\circ , 150^\circ$$

Pour convertir un angle en radian, on utilise la conversion $180^\circ = \pi$ rd, soit pour x

degré on a : $\frac{x \pi}{180}$ radian.

On obtient alors :

Degré	15°	36°	75°	120°	135°	150°
Radian	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{5}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$

Exemple : Convertir en degré les angles en radian suivant :

$$\frac{\pi}{8} , \frac{7\pi}{12} , \frac{5\pi}{18} , \frac{11\pi}{6}$$

Pour convertir un angle en degré, on utilise la conversion $180^\circ = \pi$ rd, soit pour y radian on a : $\frac{y 180}{\pi}$ degré.

Radian	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{7\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{18}$	$\frac{11\pi}{6}$
Degré	$22,5^\circ$	105°	50°	330°

+ exercices concrets de la feuille projetée

II. Cosinus et sinus d'un réel

Soit x un nombre réel et M le point du cercle associé à x .

A tout réel x , on associe un point M du cercle trigonométrique par **enroulement** de la droite des réels.

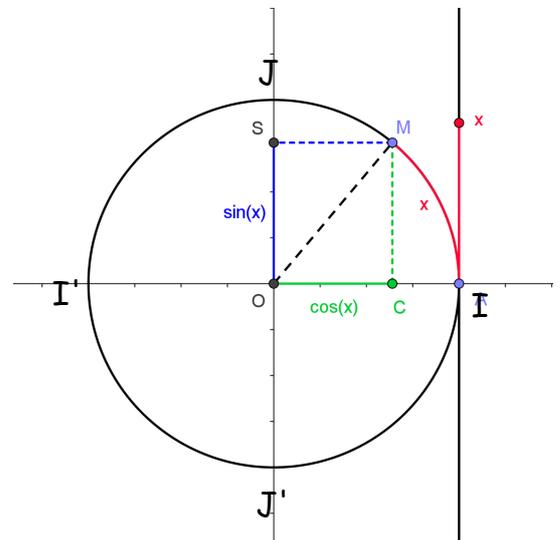
- a) **Définition** : L'abscisse du point M est le cosinus du réel x , noté $\cos(x)$ ou simplement $\cos x$.
L'ordonnée du point M est le sinus du réel x , noté $\sin(x)$ ou simplement $\sin x$.

- b) **Exemples** : Si $x = \pi/2$, est le point associé à $\pi/2$. J a pour coordonnées (;)

donc $\cos \pi/2 = \dots$ et $\sin \pi/2 = \dots$

Exemples : Si $x = \pi$, est le point associé à π . I' a pour coordonnées (;)

donc $\cos \pi = \dots$ et $\sin \pi = \dots$



On obtient ainsi deux fonctions définies sur \mathbb{R} :

$\text{Cos} : x \rightarrow \cos(x)$

$\text{sin} : x \rightarrow \sin(x)$

Propriétés :

Pour tout réel x ,

$$-1 \leq \cos(x) \leq 1 \quad -1 \leq \sin(x) \leq 1 \quad \cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$$



Démonstration de $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$

Le triangle OMC est rectangle en C .

En appliquant le théorème de Pythagore, on obtient : $OM^2 = OC^2 + CM^2$

Soit $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$ (car $OM = 1$)

Valeurs remarquables :

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0